

PROSES POISSON MAJEMUK



oleh

CHRIS RISEN

M0113010

SKRIPSI

ditulis dan diajukan untuk memenuhi sebagian persyaratan
memperoleh gelar Sarjana Sains Matematika

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS SEBELAS MARET

SURAKARTA

2017

PROSES POISSON MAJEMUK

SKRIPSI

CHRIS RISEN

NIM. M0113010

dibimbing oleh

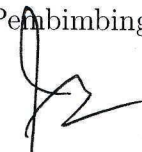
Pembimbing I



Dra. Respatiwan, M.Si.

NIP. 19680611 199302 2 001

Pembimbing II



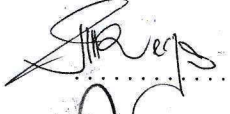



Drs. Pangadi, M.Si.

NIP. 19571012 199103 1 001

telah dipertahankan di hadapan Dewan Penguji
dan dinyatakan telah memenuhi syarat
pada hari Rabu, tanggal 20 September 2017

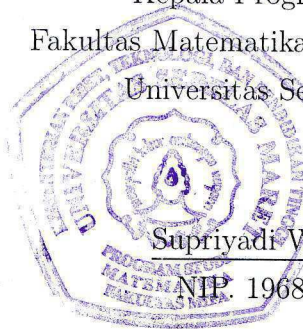
Dewan Penguji

Jabatan	Nama dan NIP	Tanda Tangan	Tanggal
Ketua	Vika Yugi Kurniawan, S.Si, M.Sc. NIK. 19870701 201504 1 001		25 oktober 2017
Sekretaris	Dr. Dewi Retno S. S., S.Si., M.Kom. NIP. 19700720 199702 2 001		25 oktober 2017
Penguji	Dra. Respatiwan, M.Si. NIP. 19680611 199302 2 001		25 oktober 2017
Penguji	Drs. Pangadi, M.Si. NIP. 19571012 199103 1 001		25 september 2017

Disahkan

di Surakarta pada tanggal **25 OCT 2017**

Kepala Program Studi Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Sebelas Maret Surakarta




Supriyadi Wibowo, S.Si., M.Si.

NIP. 19681110 199512 1 001

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi saya yang berjudul "Proses Poisson Majemuk" belum pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan pada suatu perguruan tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga belum pernah ditulis atau dipublikasikan oleh orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Surakarta, September 2017



Chris Risen

ABSTRAK

Chris Risen, 2017. PROSES POISSON MAJEMUK. Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Sebelas Maret.

Proses Poisson merupakan proses menghitung $\{N(t); t \geq 0\}$ yang digunakan untuk menentukan jumlah kejadian dalam selang waktu tertentu. Pada proses Poisson majemuk, proses Poisson merupakan himpunan variabel acak yang independen dan berdistribusi identik yang berkaitan dengan urutan waktu. Jumlah dari variabel acak-variabel acak tersebut membentuk proses Poisson majemuk.

Pada penelitian ini, proses Poisson majemuk dijelaskan dengan menentukan dahulu asumsi, variabel dan parameter yang dibutuhkan. Selain dijelaskan proses Poisson majemuk, diturunkan ulang sifat proses Poisson majemuk yaitu *stationary independent increments*, ditentukan pula ekspektasi, variansi, fungsi pembangkit momen, dan fungsi pembangkit probabilitas, serta contoh dari proses Poisson majemuk pada suatu kasus.

Berdasarkan definisi dari proses Poisson majemuk, diperoleh hasil penelitian bahwa proses Poisson majemuk dapat dinyatakan sebagai $S(t) = \sum_{k=1}^{N(t)} Y_k, t \geq 0$ dengan Y_k merupakan variabel acak independen dan berdistribusi identik untuk $k = 0, 1, \dots, n$. Selanjutnya, dibuktikan sifat *stationary independent increments* dari proses Poisson majemuk. Diperoleh ekspektasi dan variansi proses Poisson majemuk secara berurutan $\mu E[N(t)]$ dan $\sigma^2 E[N(t)] + \mu^2 Var(N(t))$. Fungsi pembangkit momen dari $S(t)$ adalah $M_S(t) = e^{\lambda t (M_{Y_1} - 1)}$, dengan M_{Y_1} merupakan fungsi pembangkit momen dari variabel acak Y_k . Selain itu, diperoleh fungsi pembangkit probabilitas dari $S(t)$ sama dengan fungsi pembangkit probabilitas variabel acak yang berdistribusi binomial negatif $NB(r,p)$ untuk setiap Y_k berdistribusi *logarithmic*.

Kata kunci : proses menghitung, proses Poisson, proses Poisson majemuk.

ABSTRACT

Chris Risen, 2017. COMPOUND POISSON PROCESS. Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Sebelas Maret University.

The Poisson process is a counting process $\{N(t); t \geq 0\}$ that states the number of occurrences at specific time. In compound Poisson process, the Poisson process is a time-related set of independent, identically distributed random variables. The sum of random variables is used to establish the compound Poisson process.

In this research, the compound Poisson process is explained by first determining its assumptions, variables, and parameters. Besides give the explanation of the compound Poisson process, also explain the properties of compound Poisson process such as it has stationary independent increments, variance, expectation, moment generating function, and probability generating function. Finally, there will discuss an example of compound Poisson process in a case.

Based on the definition, the compound Poisson process can be expressed as $S(t) = \sum_{k=1}^{N(t)} Y_k, t \geq 0$ with Y_k are independent, identically distributed random variables for $k = 0, 1, \dots, n$. The stationary independent increments of compound Poisson process for the general case has proved in this research. The expectation and the variance of the compound Poisson process are given as follows $\mu E[N(t)]$ and $\sigma^2 E[N(t)] + \mu^2 Var(N(t))$ sequentially. The moment generating function of $S(t)$ is $M_S(t) = e^{\lambda t (M_{Y_1} - 1)}$, and M_{Y_1} is a moment generating function of Y_k random variables. Furthermore, the probability generating function of $S(t)$ similar with the probability generating function of negative binomial random variable for Y_k has logarithmic distribution.

Keywords : *counting process, Poisson process, compound Poisson process.*

MOTO

*"Marilah kepada-Ku, semua yang letih lesu dan berbeban berat,
Aku akan memberi kelegaan kepadamu."*

(Matius 11:28)

PERSEMBAHAN

Karya ini kupersembahkan untuk
kedua orang tua dan saudara saya.

KATA PENGANTAR

Puji syukur ke hadirat Tuhan Yang Maha Kuasa atas limpahan berkat dan rahmat-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Dengan selesainya skripsi ini, penulis mengucapkan terima kasih kepada

1. Dra. Respatiwulan, M.Si. sebagai Pembimbing I yang telah memberikan bimbingan materi, motivasi, dan arahan dalam proses penulisan skripsi ini.
2. Drs. Pangadi, M.Si. sebagai Pembimbing II yang telah memberikan arahan dalam proses penyusunan alur penulisan skripsi, saran dan motivasi.

Semoga skripsi ini bermanfaat.

Surakarta, September 2017

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
PENGESAHAN	ii
PERNYATAAN	iii
ABSTRAK	iv
<i>ABSTRACT</i>	v
MOTO	vi
PERSEMBAHAN	vii
KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI	x
DAFTAR NOTASI	xi
I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang Masalah	1
1.2 Perumusan Masalah	2
1.3 Tujuan	2
1.4 Manfaat	3
II LANDASAN TEORI	4
2.1 Tinjauan Pustaka	4
2.2 Teori Penunjang	5
2.2.1 Teori Dasar Probabilitas	5
2.2.2 Proses Menghitung	6
2.2.3 Proses Lévy	7
2.2.4 Proses Poisson	7

2.2.5	Distribusi <i>Logarithmic</i>	8
2.3	Kerangka Pemikiran	9
III METODE PENELITIAN		10
IV HASIL DAN PEMBAHASAN		11
4.1	Proses Poisson Majemuk	11
4.2	Sifat-Sifat Proses Poisson Majemuk	12
4.3	Contoh Kasus	18
V PENUTUP		21
5.1	Kesimpulan	21
5.2	Saran	22
DAFTAR PUSTAKA		23

DAFTAR NOTASI

$\{N(t), t \geq 0\}$:	proses Poisson
$\{X(t), t \geq 0\}$:	proses stokastik
$\{S(t), t \geq 0\}$:	proses Poisson majemuk
t	:	waktu
t_i	:	waktu ke- i
$I_{N(t)}$:	fungsi indikator
Y_k	:	variabel acak independen dan berdistribusi identik kejadian ke- k
$P(X = x)$:	fungsi massa probabilitas variabel acak X
$P(X \leq x)$:	fungsi distribusi total variabel acak X
$P(S(t) \leq s)$:	fungsi distribusi total variabel acak $S(t)$
$M_X(t)$:	fungsi pembangkit momen variabel acak X
$M_S(t)$:	fungsi pembangkit momen variabel acak $S(t)$
$M_{Y_1}(t)$:	fungsi pembangkit momen variabel acak Y_k
$G_X(z)$:	fungsi pembangkit probabilitas variabel acak X
$G_N(z)$:	fungsi pembangkit probabilitas variabel acak $N(t)$
$G_{Y_1}(z)$:	fungsi pembangkit probabilitas variabel acak Y_k
$G_S(z)$:	fungsi pembangkit probabilitas variabel acak $S(t)$
λt	:	parameter distribusi Poisson
$NB(r, p)$:	distribusi binomial negatif dengan parameter r dan p
r	:	jumlah kegagalan
p	:	probabilitas kesuksesan