

PROSES PERCABANGAN PADA DISTRIBUSI GEOMETRIK



oleh

ARANTIKA DESMAWATI

M0112012

SKRIPSI

ditulis dan diajukan untuk memenuhi sebagian persyaratan memperoleh gelar

Sarjana Sains Matematika

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS SEBELAS MARET

SURAKARTA

2017

PROSES PERCABANGAN PADA DISTRIBUSI GEOMETRIK



oleh

ARANTIKA DESMAWATI

M0112012

SKRIPSI

ditulis dan diajukan untuk memenuhi sebagian persyaratan memperoleh gelar

Sarjana Sains Matematika

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS SEBELAS MARET

SURAKARTA

2017

PROSES PERCABANGAN PADA DISTRIBUSI GEOMETRIK

SKRIPSI

ARANTIKA DESMAWATI

NIM. M0112012

dibimbing oleh

Pembimbing I

Dra. Respatiwan, M.Si.

NIP. 19680611 199302 2 001

Pembimbing II

Dr. Dewi Retno Sari S., S.Si., M.Kom.

NIP. 19700720 199702 2 001

telah dipertahankan di hadapan Dewan Penguji
dan dinyatakan memenuhi syarat
pada hari Rabu, 8 Maret 2017.

Dewan Penguji

Jabatan	Nama dan NIP	Tanda Tangan	Tanggal
Ketua	Dr. Sutanto, S.Si., DEA. NIP. 19710302 199603 1 001		23 Maret 2017
Sekretaris	Titin Sri Martini S.Si., M.Kom. NIP. 19750120 200812 2 001		22 Maret 2017
Anggota Penguji	Dra. Respatiwan, M.Si. NIP. 19680611 199302 2 001		23 Maret 2017
	Dr. Dewi Retno S. S., S.Si., M.Kom. NIP. 19700720 199702 2 001		21 Maret 2017

Disahkan

di Surakarta pada tanggal 27 MAR 2017

Kepala Program Studi Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Sebelas Maret



Supriyadi Wibowo, M.Si.
NIP. 19681110 199512 1 001

ABSTRAK

Arantika Desmawati. 2017. PROSES PERCABANGAN PADA DISTRIBUSI GEOMETRIK. Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam. Universitas Sebelas Maret.

Proses percabangan muncul secara alami dalam berbagai hal terutama reproduksi individu. Proses percabangan merupakan suatu rantai Markov dengan setiap individu saling independen. Proses ini dimulai dengan individu tunggal pada generasi ke-0 dan bereproduksi secara random. Persoalan proses percabangan yang tertua yaitu tentang kepunahan nama keluarga. Nama keluarga hanya dapat diwariskan oleh keturunan laki-laki. Kepunahan nama keluarga sesuai dengan distribusi geometrik.

Tujuan penelitian ini adalah mengkaji ulang dan menerapkan proses percabangan pada distribusi geometrik. Dalam penelitian ini, digunakan fungsi pembangkit probabilitas untuk mengkaji ulang proses percabangan pada distribusi geometrik. Proses percabangan pada distribusi geometrik kemudian diterapkan berdasarkan data keluarga Amerika tahun 1920. Variabel random pada penerapan ini adalah banyaknya generasi sampai nama keluarga punah yang berdistribusi geometrik. Fungsi pembangkit probabilitas untuk distribusi geometrik digunakan untuk menentukan rata-rata dan variansi banyaknya generasi sampai nama keluarga di Amerika punah.

Selanjutnya, penerapan dilakukan berdasarkan estimasi probabilitas yang diberikan oleh Lotka. Estimasi probabilitas tersebut adalah probabilitas nama keluarga punah, $b = 0,4107$. Probabilitas seorang laki-laki tidak memiliki keturunan laki-laki sebesar $p_0 = 0,4825$ dan probabilitas seorang laki-laki memiliki j keturunan laki-laki sebesar $p_j = (0,2126)(0,5893)^{(j-1)}$ untuk $j \geq 1$. Berdasarkan penerapan diperoleh rata-rata banyaknya generasi sampai nama keluarga di Amerika punah sebesar $\mu = 1,4349$. Variansi banyaknya generasi sampai nama keluarga di Amerika punah sebesar $3,4937$.

Kata kunci: *proses percabangan, distribusi geometrik, probabilitas, rata-rata, variansi*

ABSTRACT

Arantika Desmawati. 2017. BRANCHING PROCESS ON GEOMETRIC DISTRIBUTION. Faculty of Mathematics and Natural Sciences. Sebelas Maret University.

A branching process occurs naturally in various cases especially on individual reproduction. Branching process is a Markov chain which each individual are mutually independent. The process is begun with a single individual at zeroth generation and reproduced randomly. The oldest problem of branching process is the extinction of family name. The family name can only be inherited by male descendant. The extinction of the family name is suitable with geometric distribution.

The purposes of this research are to review and to apply branching process on geometric distribution. In this research, the probability generating function is used to review branching process on geometric distribution. Branching process on geometric distribution is applied based on data of American family in 1920. Random variable on this application is the number of generations until the family name became extinct which follows geometric distribution. Probability generating function for geometric distribution is used to determine the mean and variance of the number of generations until the family name became extinct.

Furthermore, the application is conducted based on the probability estimation which given by Lotka. The probability estimation is probability of family name became extinct, $b = 0.4107$. The probability that a male has no male descendant is $p_0 = 0.4825$ and the probability of a male has j male descendants is $p_j = (0.2126) (0.5893)^{(j-1)}$ for $j \geq 1$. Based on the application, we obtained mean of the number of generations until the family name became extinct in America is $\mu = 1.4349$. The variance of the number of generations until the family name became extinct in America is 3.4937.

Keywords: *branching process, geometric distribution, probability, mean, variance*

PERSEMBAHAN

Karya ini kupersembahkan untuk
ibu, bapak, dan adik.

KATA PENGANTAR

Segala puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Penulis menyadari bahwa dalam penulisan skripsi ini tidak lepas dari bantuan, dorongan, serta bimbingan berbagai pihak. Oleh karena itu penulis mengucapkan terima kasih kepada

1. Dra. Respatiwulan, M.Si. sebagai Pembimbing I yang telah memberikan bimbingan, arahan, saran, dan motivasi selama proses penyusunan skripsi,
2. Dr. Dewi Retno Sari Saputro, S.Si., M.Kom. sebagai pembimbing II yang telah memberikan bimbingan, arahan, dan saran selama proses penulisan skripsi, dan
3. Nisfiatul Laili, Nur Alfiani Santoso, dan Karima Puspita Sari atas diskusi, saran, dan dukungan yang telah diberikan selama proses penyusunan skripsi.

Semoga skripsi ini bermanfaat.

Surakarta, Maret 2017

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
PENGESAHAN	ii
ABSTRAK	iii
<i>ABSTRACT</i>	iv
PERSEMBAHAN	v
KATA PENGANTAR	vi
DAFTAR ISI	viii
I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Perumusan Masalah	3
1.3 Tujuan Penelitian	3
1.4 Manfaat Penelitian	3
II LANDASAN TEORI	4
2.1 Tinjauan Pustaka	4
2.2 Landasan Teori	5
2.2.1 Proses Stokastik	6
2.2.2 Proses Markov	6
2.2.3 Proses Percabangan	7
2.2.4 Distribusi Geometrik	9
2.2.5 Fungsi Pembangkit Probabilitas	10
2.3 Kerangka Pemikiran	10
III METODE PENELITIAN	12

IV HASIL DAN PEMBAHASAN	14
4.1 Proses Percabangan pada Distribusi Geometrik	14
4.2 Rata-rata dan Variansi Proses Percabangan pada Distribusi Geometrik	15
4.3 Penerapan Proses Percabangan pada Distribusi Geometrik	18
V PENUTUP	21
5.1 Kesimpulan	21
5.2 Saran	21
DAFTAR PUSTAKA	23