

PENDEKATAN *LATTICE PATH* UNTUK SISTEM ANTRIAN

$M/M/c$



oleh

MELA ARNANI

M0113029

SKRIPSI

ditulis dan diajukan untuk memenuhi sebagian persyaratan memperoleh gelar

Sarjana Sains Matematika

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS SEBELAS MARET

SURAKARTA

2017

PENDEKATAN *LATTICE PATH* UNTUK SISTEM ANTRIAN *M/M/c*

SKRIPSI

MELA ARNANI  
M0113029

dibimbing oleh

Pembimbing I,

Drs. Isnandar Slamet, M.Sc., Ph.D.  
NIP. 19660328 199203 1 001

Pembimbing II,

Drs. Siswanto, M.Si.  
NIP. 19670813 199203 1 002

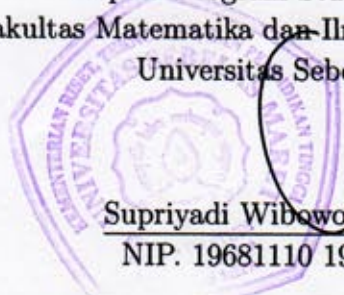
telah dipertahankan di hadapan Dewan Penguji  
dan dinyatakan memenuhi syarat pada hari Senin, 27 Maret 2017

Dewan Penguji

Jabatan	Nama dan NIP	Tanda Tangan	Tanggal
Ketua	Bowo Winarno, S.Si., M.Kom. NIP. 19810430 200812 1 001		30 Maret 2017
Sekretaris	Dr. Diari Indriati, M.Si. NIP. 19620815 198703 2 003		30 Maret 2017
Anggota Penguji	Drs. Isnandar Slamet, M.Sc., Ph.D. NIP. 19660328 199203 1 001		30 Maret 2017
	Drs. Siswanto, M.Si. NIP. 19670813 199203 1 002		30 Maret 2017

Disahkan di Surakarta pada tanggal 30. MAR. 2017

Kepala Program Studi Matematika,  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Universitas Sebelas Maret



Supriyadi Wibowo, S.Si., M.Si.  
NIP. 19681110 199512 1 001

# ABSTRAK

Mela Arnani. 2017. PENDEKATAN *LATTICE PATH* UNTUK SISTEM ANTRIAN  $M/M/c$ . Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam. Universitas Sebelas Maret.

Sistem antrian  $M/M/c$  merupakan sistem antrian dengan laju kedatangan berdistribusi Poisson, laju pelayanan berdistribusi eksponensial, dan mempunyai  $c$  fasilitas pelayanan yang bekerja secara paralel. Keadaan sistem antrian yang tidak dapat mencapai keadaan setimbang disebut sistem antrian transien. Analisis sistem antrian dalam keadaan transien dapat dilakukan dengan menggunakan pendekatan *lattice path* kombinatorik. Penelitian ini bertujuan untuk menurunkan ulang perilaku sistem antrian  $M/M/c$  dengan pendekatan *lattice path* kombinatorik. Melalui pendekatan ini, sistem antrian direpresentasikan dalam bentuk *lattice path* pada bidang-XY. Selanjutnya, dilakukan perhitungan banyaknya *lattice path* dan diberikan contoh penerapannya.

**Kata Kunci :** *Sistem Antrian  $M/M/c$ , keadaan transien, lattice path kombinatorik.*

# ABSTRACT

Mela Arnani. 2017. *LATTICE PATH APPROXIMATION FOR  $M/M/c$  QUEUEING SYSTEM*. Faculty of Mathematics and Natural Sciences. Sebelas Maret University.

The  $M/M/c$  queueing system is a queueing with Poisson arrival distribution, exponential service time distribution,  $c$  service facilities that work in parallel. A queueing system that cannot reach steady-state condition is called as transient queueing system. Analysis of transient queueing system can be done by using a lattice path combinatorics approach. This research aims to analyze the behavior of the  $M/M/c$  queueing system through lattice path combinatorics approach. Through this approach, the queueing system is represented by a lattice path on the XY-plane. Furthermore, the number of lattice path can be calculated.

**Keywords:**  *$M/M/c$  queueing system, transient condition, lattice path combinatorics.*

# PERSEMBAHAN

Karya ini saya persembahkan untuk Ibu dan keluargaku atas doa dan dukungan yang diberikan.

# KATA PENGANTAR

Bismillahirrahmanirrahim

Segala puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Penulis menyadari bahwa dalam penulisan skripsi ini tidak lepas dari bantuan, dorongan, serta bimbingan berbagai pihak. Oleh karena itu penulis mengucapkan terima kasih kepada

1. Bapak Drs. Isnandar Slamet, M.Sc., Ph.D. selaku Pembimbing I yang telah memberikan bimbingan materi serta penulisan dalam skripsi, saran dan motivasi.
2. Bapak Siswanto, M.Si. selaku Pembimbing II yang telah memberikan bimbingan dalam penulisan skripsi, saran dan motivasi.

Semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Surakarta, Maret 2017

Penulis

# DAFTAR ISI

HALAMAN PENGESAHAN . . . . .	ii
ABSTRAK . . . . .	iii
<i>ABSTRACT</i> . . . . .	iv
PERSEMBAHAN . . . . .	v
KATA PENGANTAR . . . . .	vi
DAFTAR ISI . . . . .	viii
DAFTAR TABEL . . . . .	ix
DAFTAR GAMBAR . . . . .	x
<b>I PENDAHULUAN</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang Masalah . . . . .	1
1.2 Perumusan Masalah . . . . .	2
1.3 Tujuan Penelitian . . . . .	2
1.4 Manfaat Penelitian . . . . .	2
<b>II LANDASAN TEORI</b>	<b>3</b>
2.1 Tinjauan Pustaka . . . . .	3
2.2 Teori-Teori Penunjang . . . . .	4
2.2.1 Teori Antrian . . . . .	4
2.2.2 Disiplin Antrian . . . . .	5
2.2.3 Struktur Antrian . . . . .	5
2.2.4 Notasi Sistem Antrian . . . . .	7
2.2.5 Proses Kedatangan dan Kepergian . . . . .	9
2.3 Kerangka Pemikiran . . . . .	9

<b>III METODE PENELITIAN</b>	<b>10</b>
<b>IV HASIL DAN PEMBAHASAN</b>	<b>11</b>
4.1 Representasi <i>Lattice Path</i> dari Sistem Antrian $M/M/c$ . . . . .	11
4.2 Perhitungan <i>Lattice Path</i> Menggunakan Jarak Vektor . . . . .	16
4.3 Penerapan Kasus . . . . .	20
<b>V PENUTUP</b>	<b>22</b>
5.1 Kesimpulan . . . . .	22
5.2 Saran . . . . .	22
<b>DAFTAR PUSTAKA</b>	<b>23</b>



## DAFTAR TABEL

2.1	Simbol pengganti notasi Kendall-Lee . . . . .	8
-----	---	---

## DAFTAR GAMBAR

2.1	<i>Single Channel-Single Phase</i> . . . . .	5
2.2	<i>Single Channel-Multi Phase</i> . . . . .	6
2.3	<i>Multi Channel-Single Phase</i> . . . . .	6
2.4	<i>Multi Channel-Multi Phase</i> . . . . .	7
4.1	Transisi banyaknya pelanggan di dalam sistem. . . . .	11
4.2	<i>Lattice path</i> dari transisi banyaknya pelanggan di dalam sistem. .	12
4.3	$\mathbf{d} \in L(7, 5) \in \mathbf{R}_{ij}^w$ dan $\mathbf{d}' \in L(7, 5) \in \mathbf{R}_{ij}^{c+}$ . . . . .	20