

**ANALISIS ENERGI DAN FUNGSI GELOMBANG PERSAMAAN DIRAC
POTENSIAL *SHAPE INVARIANT* HULTHEN, ECKART DAN ROSEN MORSE
DENGAN MENGGUNAKAN METODE POLINOMIAL ROMANOVSKI**

TESIS

**Untuk Memenuhi Sebagian Persyaratan
untuk Mencapai Derajat Magister**

Program Studi Ilmu Fisika



Oleh

UMI KHOIRIYAH

S911208006

**PROGRAM PASCASARJANA
UNIVERSITAS SEBELAS MARET
SURAKARTA**

2015



ANALISIS ENERGI DAN FUNGSI GELOMBANG PERSAMAAN DIRAC
POTENSIAL *SHAPE INVARIANT* HULTHEN, ECKART DAN ROSEN MORSE
DENGAN MENGGUNAKAN METODE POLINOMIAL ROMANOVSKI

TESIS

Oleh:

Umi Khoiriyah

S911208006

Komisi	Nama	Tanda Tangan	Tanggal
Pembimbing			
Pembimbing I	<u>Prof. Dra. Suparmi, MA. Ph.D</u> NIP. 19520915 197603 2 003		30 Juni 2015
Pembimbing II	<u>Prof.Drs. Cari, MA. M.Sc. Ph.D</u> NIP. 19610306 198503 1 002		27 Juli 2015

Telah dinyatakan memenuhi syarat

Pada tanggal 27 Juli 2015

Kepala Program Studi Ilmu Fisika

Program Pasca Sarjana UNS



Prof.Drs. Cari, MA. M.Sc. Ph.D

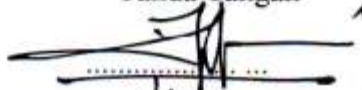
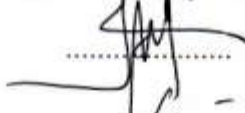
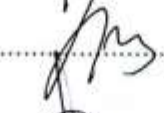

NIP. 19610306 198503 1 002

**ANALISIS ENERGI DAN FUNGSI GELOMBANG PERSAMAAN DIRAC POTENSIAL
SHAPE INVARIANT HULTHEN, ECKART DAN ROSEN MORSE DENGAN
MENGUNAKAN METODE POLINOMIAL ROMANOVSKI**

TESIS

**Oleh
Umi Khoiriyah
S911208006**

**Telah dipertahankan di depan penguji dan dinyatakan telah memenuhi syarat pada
tanggal 12 Agustus 2015**


	Tim Penguji:	
Jabatan	Nama	Tanda Tangan
Ketua	Dr. Agus Supriyanto, M. Si NIP 196908261999031001	
Sekretaris	Dr. Yofentina Iriani, S.Si, M.Si NIP 197112271997022001	
Anggota Penguji	Prof. Dra. Suparmi, M.A., Ph.D NIP 195209151976032001	
	Prof. Drs. Cari, M.A., M.Sc., Ph.D NIP 196103061985031002	



Mengetahui

**Direktur
Program Pascasarjana**
Prof. Dr. Mohammad Furqon Hidayatullah, M.Pd
NIP 196007271987021001

**Kepala Program Studi
Ilmu Fisika**


Prof. Drs. Cari, M.A., M.Sc., Ph.D
NIP 196103061985031002

PERNYATAAN ORISINALITAS DAN PUBLIKASI ISI TESIS

Saya menyatakan dengan sebenarnya bahwa :

1. Tesis yang berjudul “**ANALISIS ENERGI DAN FUNGSI GELOMBANG PERSAMAAN DIRAC POTENSIAL *SHAPE INVARIANT* HULTHEN, ECKART DAN ROSEN MORSE DENGAN MENGGUNAKAN METODE POLINOMIAL ROMANOVSKI**” ini adalah karya penelitian saya sendiri, tidak terdapat karya ilmiah yang pernah diajukan oleh orang lain untuk memperoleh gelar akademik, serta tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain kecuali secara tertulis digunakan sebagai acuan dalam naskah dan disebutkan dalam sumber acuan serta daftar pustaka. Apabila dikemudian hari terbukti pernyataan saya ini tidak benar, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai ketentuan peraturan perundang-undangan (Permendiknas No. 17, Tahun 2010)
2. Publikasi sebagian atau keseluruhan dari isi tesis ini pada jurnal atau forum ilmiah lain harus seijin dan menyertakan tim pembimbing sebagai author dan PPs-UNS sebagai institusinya. Apabila dalam waktu sekurang-kurangnya satu semester (enam bulan sejak pengesahan tesis) saya tidak melakukan publikasi dari sebagian atau keseluruhan tesis ini, maka PPs-UNS berhak mempublikasikannya pada jurnal ilmiah yang diterbitkan oleh Prodi Ilmu Fisika PPs-UNS. Apabila saya melakukan pelanggaran dari ketentuan publikasi ini, maka saya bersedia mendapatkan sanksi akademik yang berlaku.

Surakarta, 20 Agustus 2015

Mahasiswa

Umi Khoiriyah
S911208006

MOTTO DAN PERSEMBAHAN

Jangan membuat putus asa dalam mengulang do'a saat Allah SWT menunda ijabah do'a itu. Dia-lah yang menjamin ijabah do'a tersebut menurut pilihan-Nya kepadamu. Kelak pada waktu yang dikehendaki-Nya, bukannya menurut waktu yang kau kehendaki (ibnu Athai'lah)

Dengan segala kerendahan hati, torehan tinta ini aku persembahkan untuk :

1. Allah SWT yang memberikan semua yang terbaik untukku.
2. Bapakku Suyadi dan Ibukku Susmiati tercinta, yang senantiasa menyebutku dalam setiap do'a dan sujudnya.
3. Adik-adikku terkasih Nani Umayah, S.Pd , Alfian Nur Rahman, S.T dan Astri Fajar Hidayah yang selalu berbagi cerita penghilang putus asa.

4. Buah hatiku tercinta Khanza Fahriza al-Faruqi yang selalu kuingat dalam do'a, penyemangatku untuk terus maju dan menjadi lebih baik.
5. Yuddy Prasetyo yang selalu menemani menyelesaikan tesis ini.

KATA PENGANTAR

Alhamdulillah robbil ‘alamin, syukur kepada Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan penelitian dan penulisan tesis dengan judul, “Analisis Energi dan Fungsi Gelombang Persamaan Dirac Potensial *Shape Invariant* Hulthen, Eckart dan Rosen Morse Menggunakan Metode Polinomial Romanovski” ini. Penyusunan tesis ini bertujuan untuk memenuhi sebagian persyaratan guna memperoleh gelar Magister pada Program Studi Ilmu Fisika Program Pascasarjana Universitas Sebelas Maret Surakarta.

Penulis menyadari bahwa dalam penelitian dan penyusunan laporan tesis ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak. Oleh karena itu, dengan rasa tulus ikhlas penulis mengucapkan terima kasih kepada :

1. Prof. Dr. Ir. Ahmad Yunus, M.S, selaku Direktur Program Pascasarjana Universitas Sebelas Maret Surakarta.
2. Prof. Drs.Cari, M.Sc., M.A., Ph.D, selaku Ketua Program Studi Ilmu Fisika Pascasarjana Universitas Sebelas Maret Surakarta, sekaligus sebagai Pembimbing II yang telah banyak memberikan banyak bimbingan dan arahan serta motivasi kepada penulis sehingga mampu menyelesaikan tesis ini.
3. Prof. Dra. Suparmi, M.A., Ph.D, selaku pembimbing I yang telah dengan sabar membimbing dan mengajari penulis, serta memberikan semangat kepada penulis untuk dapat menyelesaikan tesis ini.
4. Bapak/Ibu Dosen Program Studi Ilmu Fisika Pascasarjana Universitas Sebelas Maret Surakarta yang telah memberikan banyak ilmu tentang fisika.

5. Teman-teman mahasiswa Pascasarjana ilmu Fisika angkatan tahun 2012 yang memberikan semangat, waktu, ilmu dalam menyelesaikan tesis ini.
6. Semua pihak yang telah membantu penulis dalam menyelesaikan tesis ini.

Semoga Allah SWT memberikan balasan yang lebih baik atas kebaikan dan bantuan yang telah diberikan. Semoga laporan penelitian ini dapat memberi manfaat bagi penulis khususnya dan pembaca pada umumnya.

Surakarta, 20 Agustus 2015

Penulis

Umi Khoiriyah. S911208006. 2015. “**Analisis Energi dan Fungsi Gelombang Persamaan Dirac Potensial *Shape Invariant* Hulthen, Eckart dan Rosen Morse dengan Menggunakan Metode Polinomial Romanovski**”. Tesis : Program Pascasarjana Ilmu Fisika Universitas Sebelas Maret Surakarta. Pembimbing: (1). Prof. Dra. Suparmi, M.A., Ph.D (2). Prof. Drs. Cari, M.Sc., M.A., Ph.D

ABSTRAK

Tujuan dari penelitian ini adalah menentukan spektrum energi dan fungsi gelombang Potensial Hulthen, Eckart dan Rosen Morse menggunakan Polinomial Romanovski. Potensial-potensial tersebut merupakan potensial yang mempunyai sifat *shape invariant*. Perkembangan teori Romanovski akhir-akhir ini telah berhasil menyelesaikan analisis matematis dari potensial *non-central*. Tesis ini juga mencoba untuk membuktikan efektifitas dari metode ini.

Potensial nonsentral Rosen Morse, Hulthen , dan Eckart merupakan potensial yang variabelnya terpisahkan. Fungsi gelombang polar dan radial untuk potensial Hulthen *Plus* Rosen Morse dan potensial Eckart Hulten *Plus* Rosen Morse diselesaikan menggunakan metode polinomial Romanovski. Persamaan energi yang diperoleh tidak dapat diselesaikan secara analitik ataupun nilai pendekatan sehingga dipilih penyelesaian dengan metode numeric. Penyelesaian persamaan Dirac dengan polinomial Romanovski dilakukan dengan cara mereduksi persamaan differensial orde 2 menjadi persamaan differensial tipe Hypergeometri perantara melalui substitusi variabel yang sesuai dengan parameter Romanovski. Dari persamaan Hypergeometri perantara yang diperoleh, penentuan persamaan tingkat energi dan fungsi gelombang ditentukan dengan mensubstitusi permisalan fungsi gelombang Romanovski kedalam persamaan Hypergeometri perantara dan menjabarkannya sehingga diperoleh persamaan differensial Romanovski.

Sehingga diperoleh tingkat energi dan fungsi gelombang baik radial maupun polar dinyatakan dalam bentuk persamaan polinomial Romanovski. Spektrum energi dan fungsi gelombang bagian radial dan polar serta grafik probabilitas divisualisasikan dengan pemrograman komputer yang berbasis Matlab 2013. Visualisasi gelombang bagian radial dan polar dapat digunakan untuk mendiskripsikan posisi partikel secara radial dan polar.

Kata kunci: persamaan Dirac, potensial *Shape Invariant*, polinomial Romanovski

Umi Khoiriyah. S911208006. 2015. “ *Analytical Solution Energy Eigen Value and Wave Function of Shape Invariant Hulthen, Eckart and Rosen Morse Potential With Romanovski Polynomial*”. Thesis: Program Pascasarjana Ilmu Fisika Universitas Sebelas Maret Surakarta. Advisor: (1). Prof. Dra. Suparmi, M.A., Ph.D (2). Prof. Drs. Cari, M.Sc., M.A., Ph.D

ABSTRACT

This research is aimed to determine energy levels and wave functions from Dirac equation for Potential Hulthen, Eckart and Rosen Morse using Polynomial Romanovski method. They are a shaped-invariance potential. Recently developed supersymmetric in field theory has been successfully employed to make a complete mathematical analysis of the reason behind exact solvability of some shaped-invariant potentials in a close form. Then, by operating the lowering operator we get the ground state wave function, and the excited state wave function can be gained by operating raising operator.

Non central potential Rosen Morse, Hulthen and Eckart are the potential which separated variable. Wave function of radial and angular for Hulthen *Plus* Rosen Morse Potential and Eckart Hulthen *Plus* Rosen Morse Potential are solved by Romanovski polynomials method. Eigen function that be found can't be solved by analytical method or approximation value, so that must be solved by numerical method. To solve Dirac equation with Romanovski polynomials we must reduce the two order differential equation to be intermediary Hypergeometri differential equation with substituting of suitable variable with the Romanovski parameters. To find energy eigen and wave function can be found by substituting Romanovski's wave function like into the intermediary Hypergeometri differential equation and derivating until be obtained the Romanovski's differential equation. From its Romanovski's Hypergeometri equation we would determine the energy levels and wave function.

So it formed the level of Energy and the wave functions, consist of radial and angular part, are given in Romanovski polynomial form. Energy spectrum, wave functions and probability density graph have been visualized by Matlab 2013. Visualization of radial and polar wave functions might be used to description by the probability of particle position radially and polarly.

Key word: Dirac equation, *Shape-Invariant* Potential, Romanovski polinomial.

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSETUJUAN	ii
HALAMAN PENGESAHAN.....	iii
PERNYATAAN.....	iv
MOTTODAN PERSEMBAHAN	v
KATA PENGANTAR.....	vi
ABSTRAK	viii
ABSTRACT	ix
DAFTAR ISI.....	x
DAFTAR TABEL	xii
DAFTAR GAMBAR.....	xiii
DAFTAR LAMPIRAN.....	xv
BAB 1 PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang Masalah	1
1.2 Rumusan Masalah.....	3
1.3 Tujuan Penelitian	4
1.4 Batasan Masalah	4
1.5 Manfaat Penelitian	4
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	
2.1 Persamaan Dirac	6
2.2 Persamaan Dirac Untuk Koordinat Bola	10
2.3 Aplikasi Persamaan Differensial Hypergeometri Untuk Potensial Rosen Morse	14
2.4 Metode Polinomial Romanovski	17
2.5 Potensial Hulthen.....	19
2.6 Potensial Eckart	21
2.7 Potensial Rosen Morse	22
2.8 Potensial Radial Hulthen <i>plus</i> Potensial Polar Rosen Morse	23
2.9 Potensial Radial Eckart Hulthen <i>plus</i> Potensial Polar Rosen Morse.....	26
BAB III METODE PENELITIAN	
3.1 Tempat dan Waktu Penelitian.....	30
3.2 Objek Penelitian.....	30
3.3 Instrumen Penelitian	30
3.4 Metode Peneitian	30
3.5 Alur Kerja Penelitian	31
3.6 Langkah Kerja.....	32
BAB IV HASIL DAN ANALISA	
4.1 Penyelesaian Persamaan Dirac Bagian Polar Untuk Potensial Hulthen <i>plus</i> Rosen Morse.....	34
4.2 Penyelesaian Persamaan Dirac Bagian Radial untuk Potensial Hulthen <i>plus</i> Rosen Morse.....	57
4.3 Penyelesaian Persamaan Dirac Bagian Radial untuk Potensial Eckart Hulthen <i>plus</i> Rosen Morse	71
4.4 Penyelesaian Persamaan Dirac Bagian Polar untuk Potensial Eckart Hulthen <i>plus</i> Rosen Morse	84
BAB V KESIMPULAN DAN SARAN	
5.1.Kesimpulan	110
5.2.Saran-saran.....	110

DAFTAR PUSTAKA.....	112
LAMPIRAN-LAMPIRAN	115

DAFTAR TABEL

Tabel 4.1 Polinomial Romanovski dan hubungannya dengan fungsi gelombang polar Hulthen <i>plus</i> Rosen Morse untuk $n_l = 1$	40
Tabel 4.2 Polinomial Romanovski dan hubungannya dengan fungsi gelombang polar Hulthen <i>plus</i> Rosen Morse untuk $n_l = 3$	47
Tabel 4.3 Polinomial Romanovski dan hubungannya dengan fungsi gelombang polar Hulthen <i>plus</i> Rosen Morse untuk $n_l = 4$	51
Tabel 4.4 Nilai energi eigen dengan variasi faktor pengganggu a	63
Tabel 4.5 Nilai energi eigen dengan factor pengganggu V_0	66
Tabel 4.6 Nilai energi eigen dengan variasi bilangan kuantum utama (n_r)	78
Tabel 4.7 Polinomial Romanovski dan hubungannya dengan fungsi gelombang polar Hulthen <i>plus</i> Rosen Morse untuk $n_l = 1$	89
Tabel 4.8 Polinomial Romanovski dan hubungannya dengan fungsi gelombang polar Eckart Hulthen <i>plus</i> Rosen Morse untuk $n_l = 3$	97
Tabel 4.9 Polinomial Romanovski dan hubungannya dengan fungsi gelombang polar Eckart Hulthen <i>plus</i> Rosen Morse untuk $n_l = 4$	102

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Sistem Koordinat Bola	11
Gambar 2.2 Potensial Hulthen	21
Gambar 2.3 Potensial V_{eff} (grafik tebal) dan pendekatan potensial (grafik <i>cross</i> dan <i>circle</i>) terhadap $\frac{r}{a}$. Parameter $\frac{1}{a}$ berada pada 0,1 sampai dengan 0,3 dengan parameter $V_0 = \frac{1}{a}V_1 = 0,0001$	22
Gambar 2.4 Potensial Rosen Morse dan Spektrumnya.....	23
Gambar 3.1 Bagan Alur Penelitian	31
Gambar 4.1 Visualisasi fungsi gelombang polar untuk Potensial Hulthen <i>plus</i> Rosen Morse dengan faktor pengganggu q untuk $n_l = 1$	41
Gambar 4.2 Visualisasi fungsi gelombang polar untuk Potensial Hulthen <i>plus</i> Rosen Morse dengan faktor pengganggu μ untuk $n_l = 1$	43
Gambar 4.3 Visualisasi fungsi gelombang polar untuk Potensial Hulthen <i>plus</i> Rosen Morse dengan faktor pengganggu q dan μ untuk $n_l = 1$	45
Gambar 4.4 Visualisasi fungsi gelombang polar untuk Potensial Hulthen <i>plus</i> Rosen Morse dengan faktor pengganggu q untuk $n_l = 3$	48
Gambar 4.5 Visualisasi fungsi gelombang polar untuk Potensial Hulthen <i>plus</i> Rosen Morse dengan faktor pengganggu μ untuk $n_l = 3$	49
Gambar 4.6 Visualisasi fungsi gelombang polar untuk Potensial Hulthen <i>plus</i> Rosen Morse dengan faktor pengganggu q dan μ untuk $n_l = 3$	50
Gambar 4.7 Visualisasi fungsi gelombang polar untuk Potensial Hulthen <i>plus</i> Rosen Morse dengan faktor pengganggu q untuk $n_l = 4$	52
Gambar 4.8 Visualisasi fungsi gelombang polar untuk Potensial Hulthen <i>plus</i> Rosen Morse dengan faktor pengganggu μ untuk $n_l = 4$	53
Gambar 4.9 Visualisasi fungsi gelombang polar untuk Potensial Hulthen <i>plus</i> Rosen Morse dengan faktor pengganggu q dan μ untuk $n_l = 4$	54
Gambar 4.10 Grafik Hubungan Perubahan Energi dengan Bilangan Kuantum Utama (n_r)	64
Gambar 4.11 Grafik Hubungan Perubahan Energi dengan Kenaikan Bilangan Kuantum Utama (n_r).....	67
Gambar 4.12 Fungsi gelombang radial untuk Potensial Hulthen <i>plus</i> Rosen Morse dengan variasi nilai bilangan kuantum orbital (l)	70
Gambar 4.13 Grafik Hubungan Perubahan Energi dengan Bilangan Kuantum Utama (n_r)	79
Gambar 4.14 Fungsi gelombang radial tingkat pertama untuk Potensial Eckart <i>plus</i> Hulthen dengan Variasi nilai l	83
Gambar 4.15 Visualisasi fungsi gelombang polar untuk Potensial	

	Eckart Hulthen <i>plus</i> Rosen Morse dengan faktor pengganggu q untuk $n_l = 1$	91
Gambar 4.16	Visualisasi fungsi gelombang polar untuk Potensial Eckart Hulthen <i>plus</i> Rosen Morse dengan faktor pengganggu μ untuk $n_l = 1$	93
Gambar 4.17	Visualisasi fungsi gelombang polar untuk Potensial Eckart Hulthen <i>plus</i> Rosen Morse dengan faktor pengganggu q dan μ untuk $n_l = 1$	95
Gambar 4.18	Visualisasi fungsi gelombang polar untuk Potensial Eckart Hulthen <i>plus</i> Rosen Morse dengan faktor pengganggu q untuk $n_l = 3$	98
Gambar 4.19	Visualisasi fungsi gelombang polar untuk Potensial Eckart Hulthen <i>plus</i> Rosen Morse dengan faktor pengganggu μ untuk $n_l = 3$	100
Gambar 4.20	Visualisasi fungsi gelombang polar untuk Potensial Eckart Hulthen <i>plus</i> Rosen Morse dengan faktor pengganggu q dan μ untuk $n_l = 3$	101
Gambar 4.21	Visualisasi fungsi gelombang polar untuk Potensial Eckart Hulthen <i>plus</i> Rosen Morse dengan faktor pengganggu q untuk $n_l = 4$	104
Gambar 4.22	Visualisasi fungsi gelombang polar untuk Potensial Eckart Hulthen <i>plus</i> Rosen Morse dengan faktor pengganggu μ untuk $n_l = 4$	105
Gambar 4.23	Visualisasi fungsi gelombang polar untuk Potensial Eckart Hulthen <i>plus</i> Rosen Morse dengan faktor pengganggu q dan μ untuk $n_l = 4$	106

DAFTAR LAMPIRAN

LAMPIRAN I.	Penyelesaian Persamaan Dirac Bagian Polar Potensial Hulthen <i>plus</i> Rosen Morse	115
LAMPIRAN II.	Penyelesaian Persamaan Dirac Bagian Radial Potensial Hulthen <i>plus</i> Rosen Morse	124
LAMPIRAN III.	Penyelesaian Persamaan Dirac Bagian Radial Potensial Eckart Hulthen <i>plus</i> Rosen Morse.....	135
LAMPIRAN IV.	Penyelesaian Persamaan Dirac Bagian Polar Potensial Eckart Hulthen <i>plus</i> Rosen Morse.....	142
LAMPIRAN V.	Program Matlab Persamaan Dirac Potensial Radial Hulthen <i>plus</i> Potensial Polar Rosen Morse dan Potensial Radial Eckart Hulthen <i>plus</i> Potensial polar Rosen Morse	153

DAFTAR SIMBOL

ψ	= fungsi gelombang
ζ	= fungsi gelombang <i>upper</i>
χ	= fungsi gelombang <i>lower</i>
M	= massa partikel
σ	= matriks Pauli
E	= energi (fm^{-1})
$V(\vec{r})$	= potensial vektor
$S(\vec{r})$	= potensial skalar
c	= kecepatan cahaya di ruang hampa (3×10^8 m/s)
\mathbf{p}	= operator momentum tiga dimensi
ω	= kecepatan sudut
k	= bilangan gelombang
p	= momentum
λ	= panjang gelombang
θ	= sudut putar
R	= fungsi gelombang radial
P	= fungsi gelombang polar
μ, q	= parameter untuk potensial Rosen Morse bagian Polar
V_0, V_1	= parameter untuk potensial Eckart
a, V_2	= parameter untuk potensial Hulthen
φ	= fungsi gelombang <i>azhimut</i>
V	= energi potensial
n	= bilangan kuantum utama
n_r	= bilangan kuantum radial
l	= bilangan kuantum orbital
m	= bilangan kuantum magnetik
$w(x)$	= factor bobot
$P(x)$	= fungsi bobot
$\mathcal{R}nl$	= fungsi gelombang Romanovski