

**APLIKASI ALJABAR MAKS-PLUS PADA SISTEM PRODUKSI  
DENGAN *SWITCHING*, TIPE *SERIAL*, *ASSEMBLY*,  
*SPLITTING*, *PARALLEL*, DAN *FLEXIBLE* DENGAN  
AKTIVITAS BARISAN TERTENTU**



SKRIPSI

ditulis dan diajukan untuk memenuhi sebagian persyaratan  
memperoleh gelar Sarjana Sains Matematika

**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS SEBELAS MARET  
SURAKARTA**

**2015**  
*commit to user*

## SKRIPSI

**APLIKASI ALJABAR MAKS-PLUS PADA SISTEM PRODUKSI  
DENGAN SWITCHING, TIPE SERIAL, ASSEMBLY,  
SPLITTING, PARALLEL, DAN FLEXIBLE DENGAN  
AKTIVITAS BARISAN TERTENTU**

yang disiapkan dan disusun oleh

ANDIKA ELLENA SAUFIKA HAKIM MAHARANI

M0111007

dibimbing oleh

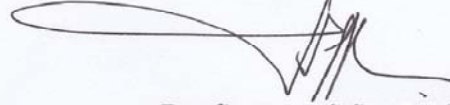
Pembimbing I,



Drs. Siswanto, M.Si.

NIP. 19670813 199203 1 002

Pembimbing II,



Dr. Sutanto, S.Si., DEA

NIP. 19710302 199603 1 001

telah dipertahankan di depan Dewan Penguji

pada hari Selasa, 14 Juli 2015

dan dinyatakan telah memenuhi syarat.

Anggota Tim Penguji

1. Drs. Santoso B. W., M.Si.

NIP. 19620203 199103 1 001

2. Dr. Dewi Retno S.S., S.Si., M.Kom

NIP. 19700720 199702 2 001

Tanda Tangan

1. ....

2. ....

Surakarta, 15 Juli 2015

Disahkan oleh

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dekan,

Prof. Ir. Ari Handono Ramelan, M.Sc.(Hons)., Ph.D

NIP. 19610223 198601 1 001

Ketua Program Studi Matematika,

Supriyadi Wibowo, M.Si.

NIP. 19681110 199512 1 001

## ABSTRAK

Andika Ellena Saufika Hakim Maharani, 2015. APLIKASI ALJABAR MAKS-PLUS PADA SISTEM PRODUKSI DENGAN SWITCHING, TIPE SERIAL, ASSEMBLY, SPLITTING, PARALLEL, DAN FLEXIBLE DENGAN AKTIVITAS BARISAN TERTENTU. Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Sebelas Maret.

Aljabar maks-plus adalah himpunan  $\mathbb{R}_{max} = \mathbb{R} \cup \{\varepsilon\}$  dilengkapi operasi-operasi  $\oplus$  dan  $\otimes$  yang dinotasikan sebagai  $\mathcal{R}_{max} = (\mathbb{R}_{max}, \oplus, \otimes, \varepsilon, e)$  dengan  $\varepsilon = -\infty$ ,  $e = 0$  dan  $\mathbb{R}$  adalah himpunan bilangan real. Untuk semua  $a, b \in \mathbb{R}_{max}$ , didefinisikan  $a \oplus b = \max\{a, b\}$  dan  $a \otimes b = a + b$ . Aljabar maks-plus dapat digunakan untuk mengaplikasikan secara aljabar beberapa aplikasi dari sistem kejadian diskrit (SKD), salah satunya adalah sistem produksi. Pada penelitian ini, dibahas aplikasi aljabar maks-plus pada suatu sistem produksi dengan *switching*, tipe *serial*, *assembly*, *splitting*, *parallel*, dan *flexible* dengan aktivitas barisan tertentu. Hasil dari penelitian ini adalah persamaan linear yaitu  $x(k+1) = \bar{A} \otimes x(k)$  yang kemudian digunakan untuk menentukan waktu mulai suatu sistem produksi agar sistem produksi berlangsung secara periodik. Hal ini dilakukan dengan menghitung nilai eigen dan vektor eigen dari matriks  $\bar{A}$ . Waktu mulai dan periode sistem produksi diperoleh dengan menentukan vektor eigen dan nilai eigen dari matriks  $\bar{A}$ .

**Kata kunci:** aljabar maks-plus, sistem produksi, persamaan linear, nilai eigen, vektor eigen, periodik

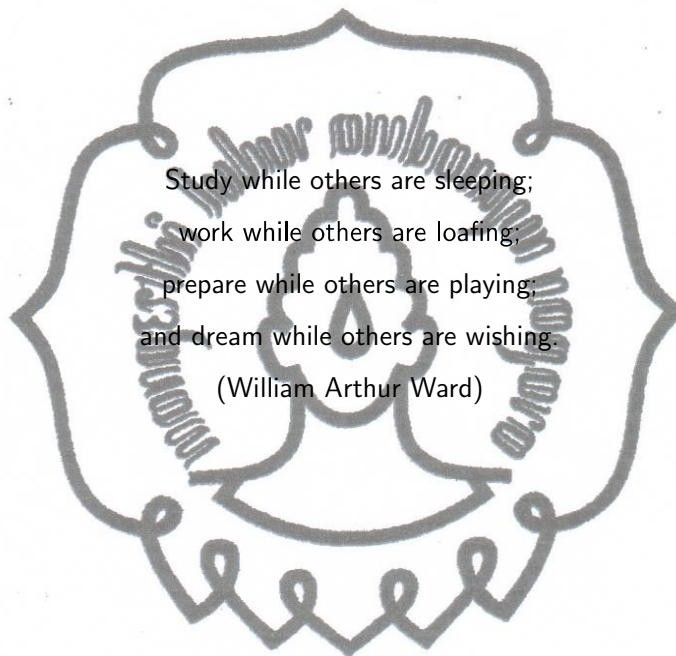
## ABSTRACT

Andika Ellena Saufika Hakim Maharani, 2015. APPLICATION OF MAX-PLUS ALGEBRA ON PRODUCTION SYSTEM USING SWITCHING, SERIAL TYPE, ASSEMBLY, SPLITTING, PARALLEL, AND FLEXIBLE WITH A FIXED SEQUENCE OF ACTIVITIES. Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Sebelas Maret University.

Max-plus algebra is the set  $\mathbb{R}_{max} = \mathbb{R} \cup \{\varepsilon\}$  together with the operations  $\oplus$  and  $\otimes$  is denoted as  $\mathcal{R}_{max} = (\mathbb{R}_{max}, \oplus, \otimes, \varepsilon, e)$  with  $\varepsilon = -\infty$ ,  $e = 0$  and  $\mathbb{R}$  is the set of real numbers. For all  $a, b \in \mathbb{R}_{max}$ , defined  $a \oplus b = \max\{a, b\}$  and  $a \otimes b = a + b$ . Max-plus algebra can be used to apply algebraic some applications of discrete event systems (DES), which one is the production system. In this study, is discussed the application of max-plus algebra on a production system using switching, serial type, assembly, splitting, parallel, and flexible with a fixed sequence of activities. The results of this study is the linear equation that  $x(k+1) = \bar{A} \otimes x(k)$  is then used to determine the starting time on a production system so the production system work periodically. This is done by calculating the eigenvalues and eigenvectors of the matrix  $\bar{A}$ . The starting time and the period of the production system is obtained by determining the eigenvectors and eigenvalues of the matrix  $\bar{A}$ .

**Keywords:** *max-plus algebra, production system, linear equation, eigenvalue, eigenvector, periodic*

## MOTO



*commit to user*

## PERSEMBAHAN

Karya ini kupersembahkan untuk  
mamah dan ayahku, almh. yangtieu, serta kedua adikku.



*commit to user*

## KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT yang senantiasa telah melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Penyusunan skripsi ini tidak akan berhasil dengan baik tanpa adanya bantuan dari berbagai pihak. Oleh karena itu penulis mengucapkan terima kasih kepada

1. Drs. Siswanto, M.Si. sebagai Dosen Pembimbing I yang telah memberikan motivasi, arahan, dan bimbingan terutama dalam mengembangkan ilmu aljabar, khususnya aljabar maks-plus, dan aplikasi aljabar maks-plus pada sistem produksi.
2. Dr. Sutanto, S.Si., DEA sebagai Dosen Pembimbing II yang telah memberikan bimbingan mengenai gambaran sistem produksi pada kehidupan nyata.

Semoga skripsi ini bermanfaat.

Surakarta, Juli 2015

Penulis

## Daftar Isi

HALAMAN JUDUL . . . . .	i
PENGESAHAN . . . . .	ii
ABSTRAK . . . . .	iii
<i>ABSTRACT</i> . . . . .	iv
MOTO . . . . .	v
PERSEMBAHAN . . . . .	vi
KATA PENGANTAR . . . . .	vii
DAFTAR ISI . . . . .	ix
DAFTAR GAMBAR . . . . .	x
DAFTAR NOTASI DAN SIMBOL . . . . .	xi
<b>I PENDAHULUAN</b> . . . . .	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang Masalah . . . . .	1
1.2 Perumusan Masalah . . . . .	3
1.3 Tujuan . . . . .	3
1.4 Manfaat . . . . .	4
<b>II LANDASAN TEORI</b> . . . . .	<b>5</b>
2.1 Tinjauan Pustaka . . . . .	5
2.1.1 Aljabar Maks-Plus . . . . .	6
2.1.2 Matriks atas Aljabar Maks-Plus . . . . .	7
2.1.3 Nilai Eigen dan Vektor Eigen . . . . .	8
2.1.4 Bentuk Persamaan Sistem Produksi Sederhana . . . . .	9
2.1.5 Contoh Penerapan Sistem Produksi Sederhana . . . . .	12

*commit to user*



2.2 Kerangka Pemikiran . . . . .	16
<b>III METODE PENELITIAN</b>	<b>17</b>
<b>IV HASIL DAN PEMBAHASAN</b>	<b>18</b>
4.1 Bentuk Persamaan Sistem Produksi dengan <i>Switching</i> . . . . .	18
4.2 Bentuk Persamaan 5 Tipe Sistem Produksi . . . . .	22
4.2.1 Sistem Produksi Tipe <i>Serial</i> . . . . .	23
4.2.2 Sistem Produksi Tipe <i>Assembly</i> . . . . .	25
4.2.3 Sistem Produksi Tipe <i>Splitting</i> . . . . .	27
4.2.4 Sistem Produksi Tipe <i>Parallel</i> . . . . .	28
4.2.5 Sistem Produksi Tipe <i>Flexible</i> dengan Aktivitas Barisan Tertentu . . . . .	32
4.3 Bentuk Umum Persamaan Sistem Produksi . . . . .	36
4.4 Contoh Penerapan . . . . .	37
4.4.1 Sistem Produksi dengan <i>Switching</i> . . . . .	37
4.4.2 Sistem Produksi Tipe <i>Serial</i> . . . . .	41
4.4.3 Sistem Produksi Tipe <i>Assembly</i> . . . . .	44
<b>V PENUTUP</b>	<b>50</b>
5.1 Kesimpulan . . . . .	50
5.2 Saran . . . . .	50

## Daftar Gambar

2.1	Sistem produksi sederhana . . . . .	9
2.2	Contoh sistem produksi sederhana . . . . .	12
4.1	Sistem produksi dengan <i>switching</i> . . . . .	18
4.2	Sistem produksi tipe <i>serial</i> . . . . .	23
4.3	Sistem produksi tipe <i>assembly</i> . . . . .	25
4.4	Sistem produksi tipe <i>splitting</i> . . . . .	27
4.5	Sistem produksi tipe <i>parallel</i> . . . . .	29
4.6	Sistem produksi tipe <i>flexible</i> dengan aktivitas barisan tertentu . . . . .	32
4.7	Contoh sistem produksi dengan <i>switching</i> . . . . .	37
4.8	Contoh sistem produksi tipe <i>serial</i> . . . . .	41
4.9	Contoh sistem produksi tipe <i>assembly</i> . . . . .	45

## DAFTAR NOTASI DAN SIMBOL

$\mathbb{R}$	: himpunan bilangan real
$\mathbb{N}_0$	: himpunan bilangan asli digabung dengan bilangan nol
$\oplus$	: operasi maksimum (maks) dalam aljabar maks-plus
$\otimes$	: operasi penjumlahan (plus) dalam aljabar maks-plus
$\varepsilon$	: elemen nol untuk $\oplus$ dengan $\varepsilon \neq -\infty$
$e$	: elemen unit untuk $\otimes$ dengan $e = 0$
$\mathbb{R}_{max}$	: $\mathbb{R} \cup \{\varepsilon\}$
$\mathcal{R}_{max}$	: himpunan $\mathbb{R}_{max}$ dilengkapi dengan operasi-operasi $\oplus$ dan $\otimes$
$x^{\otimes n}$	: pangkat ke $n$ dari $x$ dalam aljabar maks-plus
$\mathbb{R}_{max}^{n \times m}$	: matriks atas $\mathbb{R}_{max}$ berukuran $n \times m$
$\mathcal{R}_{max}^{n \times m}$	: himpunan $\mathbb{R}_{max}^{n \times m}$ dilengkapi dengan operasi-operasi $\oplus$ dan $\otimes$
$a_{i,j}$	: elemen $\mathbf{A} \in \mathbb{R}_{max}^{n \times m}$ baris ke- $i$ dan kolom ke- $j$
$\lambda$	: nilai eigen dari suatu matriks $\mathbf{A}$
$\mathbf{v}$	: vektor eigen dari suatu matriks $\mathbf{A}$